

Lista 8 ano

QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Observe: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$
 $\underline{\hspace{2cm}} = a^2 + ab + ab + b^2$
 $\underline{\hspace{2cm}} = a^2 + 2ab + b^2$

Conclusão:
 $(\text{primeiro termo})^2 + 2 \cdot (\text{primeiro termo}) \cdot (\text{segundo termo}) + (\text{segundo termo})^2$

Exemplos :

1) $(5 + x)^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + x^2 = 25 + 10x + x^2$

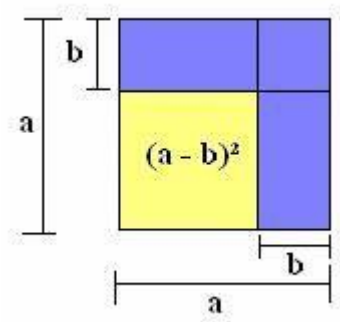
2) $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot (3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

Exercícios

1) Calcule

- a) $(3 + x)^2 = (R: 9 + 6x + x^2)$
- b) $(x + 5)^2 = (R: x^2 + 10x + 25)$
- c) $(x + y)^2 = (R: x^2 + 2xy + y^2)$
- d) $(x + 2)^2 = (R: x^2 + 4x + 4)$
- e) $(3x + 2)^2 = (R: 9x^2 + 12x + 4)$
- f) $(2x + 1)^2 = (R: 4x^2 + 4x + 1)$
- g) $(5 + 3x)^2 = (R: 25 + 30x + 9x^2)$
- h) $(2x + y)^2 = (R: 4x^2 + 4xy + y^2)$
- i) $(r + 4s)^2 = (R: r^2 + 8rs + 16s^2)$
- j) $(10x + y)^2 = (R: 100x^2 + 20xy + y^2)$
- l) $(3y + 3x)^2 = (R: 9y^2 + 18xy + 9x^2)$
- m) $(-5 + n)^2 = (R: 25 - 10n + n^2)$
- n) $(-3x + 5)^2 = (R: 9x^2 - 30x + 25)$
- o) $(a + ab)^2 = (R: a^2 + 2a^2b + a^2b^2)$
- p) $(2x + xy)^2 = (R: 4x^2 + 4x^2y + x^2y^2)$
- q) $(a^2 + 1)^2 = (R: (a^2)^2 + 2a^2 + 1)$
- r) $(y^3 + 3)^2 = [R: (y^3)^2 + 6y^3 + 9]$
- s) $(a^2 + b^2)^2 = [R: (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2]$
- t) $(x + 2y^3)^2 = [R: x^2 + 4xy^3 + 4(y^3)^2]$
- u) $(x + \frac{1}{2})^2 = (R: x^2 + x + \frac{1}{4})$
- v) $(2x + \frac{1}{2})^2 = (R: 4x^2 + 2x + \frac{1}{4})$
- x) $(\frac{x}{2} + \frac{y}{2})^2 = [R: \frac{x^2}{4} + 2xy/4 + \frac{y^2}{4}]$

QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS



$$\begin{aligned} \text{Observe: } (a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Conclusão:

(primeiro termo)² - 2.(primeiro termo) . (segundo termo) + (segundo termo)²

$$1) (3 - X)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot X + X^2 = 9 - 6X + X^2$$

$$2) (2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot (3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

Exercícios

2) Calcule

$$a) (5 - x)^2 = (R: 25 - 10x + x^2)$$

$$b) (y - 3)^2 = (R: y^2 - 6y + 9)$$

$$c) (x - y)^2 = (R: x^2 - 2xy + y^2)$$

$$d) (x - 7)^2 = (R: x^2 - 14x + 49)$$

$$e) (2x - 5)^2 = (R: 4x^2 - 20x + 25)$$

$$f) (6y - 4)^2 = (R: 36y^2 - 48y + 16)$$

$$g) (3x - 2y)^2 = (R: 9x^2 - 12xy + 4y^2)$$

$$h) (2x - b)^2 = (R: 4x^2 - 4xb + b^2)$$

$$i) (5x^2 - 1)^2 = (R: 25x^4 - 10x^2 + 1)$$

$$j) (x^2 - 1)^2 = (R: x^4 - 2x^2 + 1)$$

$$l) (9x^2 - 1)^2 = (R: 81x^4 - 18x^2 + 1)$$

$$m) (x^3 - 2)^2 = (R: x^6 - 4x^3 + 4)$$

$$n) (x - 5y^3)^2 = (R: x^2 - 10xy^3 + 25y^6)$$

$$o) (1 - mx)^2 = (R: 1 - 2mx + m^2x^2)$$

$$p) (3x + 5)^2 = (R: 9x^2 + 30x + 25)$$

PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

conclusão:
(primeiro termo)² - (segundo termo)²

Exemplos :

$$\begin{aligned} 1) & (x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25 \\ 2) & (3x + 7y) \cdot (3x - 7y) = (3x)^2 - (7y)^2 = 9x^2 - 49y^2 \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

3) Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

- a) $(x + y) \cdot (x - y) = (R : x^2 - y^2)$
- b) $(y - 7) \cdot (y + 7) = (R : y^2 - 49)$
- c) $(x + 3) \cdot (x - 3) = (R : x^2 - 9)$
- d) $(2x + 5) \cdot (2x - 5) = (R : 4x^2 - 25)$
- e) $(3x - 2) \cdot (3x + 2) = (R : 9x^2 - 4)$
- f) $(5x + 4) \cdot (5x - 4) = (R : 25x^2 - 16)$
- g) $(3x + y) \cdot (3x - y) = (R : 9x^2 - y^2)$
- h) $(1 - 5x) \cdot (1 + 5x) = (R : 1 - 25x^2)$
- i) $(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) = (R : 4x^2 - 9y^2)$
- j) $(7 - 6x) \cdot (7 + 6x) = (R : 49 - 36x^2)$
- l) $(1 + 7x^2) \cdot (1 - 7x^2) = (R : 1 - 49x^4)$
- m) $(3x^2 - 4) \cdot (3x^2 + 4) = (R : 9x^4 - 16)$
- n) $(3x^2 - y^2) \cdot (3x^2 + y^2) = (R : 9x^4 - y^4)$
- o) $(x + 1/2) \cdot (x - 1/2) = (R : x^2 - 1/4)$
- p) $(x - 2/3) \cdot (x + 2/3) = (R : x^2 - 4/9)$
- q) $(x/4 + 2/3) \cdot (x/4 - 2/3) = (R : x^2/16 - 4/9)$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Produtos Notáveis

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + c^2$$

4) Desenvolva os seguintes produtos notáveis abaixo:

- a) $(2a+3)^2 = (R: 4a^2 + 12a + 9)$
- b) $(2 + 9x)^2 = (R: 4 + 36x + 81x^2)$
- c) $(6x - y)^2 = (R: 36x^2 - 12xy + y^2)$
- d) $(a - 2b)^2 = (R: a^2 - 4ab + 4b^2)$
- e) $(7a + 1)(7a - 1) = (R: 49a^2 - 1)$

f) $(10a - bc)(10a + bc) = (R: 100a^2 - b^2c^2)$

g) $(x^2 + 2a)^2 = (R: x^4 + 4x^2a + 4a^2)$

h) $(x - 5)(x + 5) = (R: x^2 - 25)$

i) $(9y + 4)(9y - 4) = (R: 81y^2 - 16)$

j) $(m - n)^2 = (R: m^2 - 2mn + n^2)$

5) Sabendo que $x^2 + y^2 = 153$ e que $xy = 36$, calcule o valor de $(x+y)^2$.

(R: 235)

6) Qual o valor numérico da expressão $(a - 2b)^2$, sabendo-se que $a^2 + 4b^2 = 30$ e $ab = 5$.

(R:

10)

7) Simplifique as expressões:

a) $(x+y)^2 - x^2 - y^2$

$$(x+y)^2 - x^2 - y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - y^2 = 2xy$$

b) $(x+2)(x-7) + (x-5)(x+3)$

$$(x+2)(x-7) + (x-5)(x+3) = x^2 + (2+(-7))x + 2 \cdot (-7) + x^2 + (-5+3)x + 3 \cdot (-5) = x^2 - 5x - 14 + x^2 - 2x - 15 = 2x^2 - 7x - 29$$

c) $(2x-y)^2 - 4x(x-y)$

$$(2x-y)^2 - 4x(x-y) = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 - 4x^2 + 4xy = 4x^2 - 4xy + y^2 - 4x^2 + 4xy = y^2$$

8) Desenvolva:

a) $(3x+y)^2$

$$(3x+y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$$

b) $((1/2)+x^2)^2$

$$((1/2)+x^2)^2 = (1/2)^2 + 2 \cdot (1/2) \cdot x^2 + (x^2)^2 = (1/4) + x^2 + x^4$$

c) $((2x/3)+4y^3)^2$

$$((2x/3)+4y^3)^2 = (2x/3)^2 + 2 \cdot (2x/3) \cdot 4y^3 + (4y^3)^2 = (4/9)x^2 - (16/3)xy^3 + 16y^6$$

d) $(2x+3y)^3$

$$(2x+3y)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

e) $(x^4 + (1/x^2))^3$

$$(x^4 + (1/x^2))^3 = (x^4)^3 + 3 \cdot (x^4)^2 \cdot (1/x^2) + 3 \cdot x^4 \cdot (1/x^2)^2 + (1/x^2)^3 = x^{12} + 3x^6 + 3 + (1/x^6)$$

f) $((2x/3) + (4y/5)) \cdot ((2x/3) - (4y/5))$

$$((2x/3) + (4y/5)) \cdot ((2x/3) - (4y/5)) = (2x/3)^2 - (4y/5)^2 = (4/9)x^2 - (16/25)y^2$$

9) Se $x - y = 7$ e $xy = 60$, então o valor da expressão $x^2 + y^2$ é:

- a) 53
- b) 109
- c) 169
- d) 420

Solução:

Do problema, temos a seguinte equação $x - y = 7$, a princípio não está muito claro o valor de $x^2 + y^2$, mas vamos traçar uma estratégia para resolução da questão:

Na equação $x - y = 7$, vamos elevar os dois membros ao quadrado, ficando assim:

$$(x - y)^2 = 7^2, \text{ desenvolvendo temos:}$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 49, \text{ veja que já apareceram o } x^2 \text{ e } y^2, \text{ arrumando}$$

$$x^2 + y^2 = 49 + 2xy, \text{ mas } xy = 60 \text{ e daí}$$

$$x^2 + y^2 = 49 + 2 \cdot 60, \text{ resolvendo:}$$

$$x^2 + y^2 = 49 + 120, \text{ logo } x^2 + y^2 = 169.$$

Utilizamos a estratégia de elevar os dois membros da equação ao quadrado - podemos fazer isto, desde que façamos em ambos os membros - e logo apareceu $x^2 + y^2$.

10) A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

- a) 0
- b) $2y^2$
- c) $-2y^3$
- d) $-4xy$

Solução:

Primeiro vamos desenvolver os binômios separadamente:

$$(x - y)^2 - (x + y)^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \text{ e } (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Após desenvolver, voltamos para a expressão e substituímos:

$$(x - y)^2 - (x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = x^2 - x^2 - 2xy - 2xy + y^2 - y^2 = -2xy - 2xy = -4xy$$

$$\text{Logo, } (x - y)^2 - (x + y)^2 = -4xy$$

O QUE SIGNIFICA FATORAR?

Fatorar significa transformar em produto

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS

Fatorar um polinômio significa transformar esse polinômio num produto indicado de polinômios ou monômios e polinômios .

A propriedade distributiva será muito usada sob a denominação de colocar em evidencia.

Vejamos a seguir alguns casos de fatoração.

1) FATOR COMUM

Vamos fatorar a expressão $ax + bx + cx$

$$Ax + bx + cx = x \cdot (a + b + c)$$

O x é fator comum e foi colocado em evidência.

Exemplos

Vamos fatorar as expressões

$$1) 3x + 3y = 3(x + y)$$

$$2) 5x^2 - 10x = 5x(x - 2)$$

$$3) 8ax^3 - 4a^2x^2 = 4ax^2(2x - a)$$

EXERCÍCIOS

1) Fatore as expressões:

$$a) 4x + 4y = R: 4(x + y)$$

$$b) 7a - 7b = R: 7(a - b)$$

$$c) 5x - 5 = R: 5(x - 1)$$

$$d) ax - ay = R: a(x - y)$$

$$e) y^2 + 6y = R: y(y + 6)$$

$$f) 6x^2 - 4a = R: 2(3x^2 - 2a)$$

$$g) 4x^5 - 7x^2 = R: x^2(4x^3 - 7)$$

- h) $m^7 - m^3 = R : m^3(m^4 - 1)$
 i) $a^3 + a^6 = R : a^3(1 + a^3)$
 j) $x^2 + 13x = R : x(x + 13)$
 k) $5m^3 - m^2 = R : m^2(5m - 1)$
 l) $x^5 + x^5 = R : x^5(1 + 1)$
 m) $8x^6 - 12x^3 = R : 4x^3(2x^3 - 3)$
 n) $15x^3 - 21x^2 = R : 3x^2(5x - 7)$
 o) $14x^2 + 42x = 14x(x + 3)$
 p) $x^2y + xy^2 = xy(x + y)$

2) Fatore as expressões:

- a) $2a - 2m + 2n = (R : 2(a - m + n))$
 b) $5a + 20x + 10 = (R : 5(a + 4x + 2))$
 c) $4 - 8x - 16y = (R : 4(1 - 2x - 4y))$
 d) $55m + 33n = (R : 11(5m + 3n))$
 e) $35ax - 42ay = (R : 7a(5x - 6y))$
 f) $7am - 7ax - 7an = (R : 7a(m - x - n))$
 g) $5a^2x - 5a^2m - 10a^2 = (R : 5a^2(x - m - 2))$
 h) $2ax + 2ay - 2axy = (R : 2a(x + y - xy))$

3) Fatore as expressões:

- a) $15x^7 - 3ax^4 =$
 b) $x^7 + x^8 + x^9 =$
 c) $a^5 + a^3 - a^2 =$
 d) $6x^3 - 10x^2 + 4x^4 =$
 e) $6x^2y + 12xy - 9xyz =$
 f) $a(x - 3) + b(x - 3) =$
 g) $9(m + n) - a(m - n)$

2) AGRUPAMENTO

Vamos fatorar a expressão $ax + bx + ay + by$

$$ax + bx + ay + by$$

$$x(a + b) + y(a + b)$$

$$(a + b) \cdot (x + y)$$

Observe o que foi feito:

Nos dois primeiros temos "x em evidência"

Nos dois últimos fomos "y em evidência"

Finalmente "(a + b) em evidência"

Note que aplicamos duas vezes a fatoração utilizando o processo do fator comum

Exemplos:

Vamos fatorar as expressões:

1º exemplo

$$5ax + bx + 5ay + by$$

$$x(5a + b) + y(5a + b)$$

$$(x + y)(5a + b)$$

2º exemplo

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + ax + 3a \\x(x + 3) + a(x + 3) \\(x + 3) \cdot (x + a)\end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

1) Fatore as expressões:

- a) $6x + 6y + ax + ay =$
- b) $ax + ay + 7x + 7y =$
- c) $2a + 2n + ax + nx =$
- d) $ax + 5bx + ay + 5by =$
- e) $3a - 3b + ax - bx =$
- f) $7ax - 7a + bx - b =$
- g) $2x - 2 + yx - y =$
- h) $ax + a + bx + b =$

2) Fatore as expressões:

- a) $m^2 + mx + mb + bx =$
- b) $3a^2 + 3 + ba^2 + b =$
- c) $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 =$
- d) $x^3 + x^2 + x + 1 =$
- e) $x^3 - x^2 + x - 1 =$
- f) $x^3 + 2x^2 + xy + 2y =$
- g) $x^2 + 2x + 5x + 10 =$
- h) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20 =$